GALAXY INTERNATIONAL INTERDISCIPLINARY RESEARCH JOURNAL (GIIRJ)
ISSN (E): 2347-6915
Vol. 10, Issue 12, Dec. (2022)

FUNCTIONAL-INVARIANT SOLUTIONS OF CERTAIN DIFFERENTIAL EQUATIONS

Sulaymonov Mirsaid Muhyiddin ogli
Kokand State Pedagogical Institute

ANNOTATION

This article explores finding functional – invariant solutions to certain differential equations.

Keywords; functional-invariant, differential equations, formula

xOy in the finite one-link field of the plane D, the second-order linear is

$$a_{11}u_{xx} + 2a_{12}u_{xy} + a_{22}u_{yy} + a_{13}u_x + a_{23}u_y = 0 \qquad (1)$$

let's look at the equation. Here $a_{11}, a_{12}, a_{22} \in C^2(D)$, $a_{13}, a_{23} \in C^1(D)$ – given functions.

$u(x,y) \in C^2(D)$ the function (1) is the solution of the equation and is optional Which has a continuous derivative up to order 2 $F(u)$ if the function also satisfies Equation (1), then $u(x,y)$ the function (1) is called the functional – invariant solution of the equation. If $u(x,y)$ (1) if the functional – invariant solution of the equation, then it is

$$a_{11}u_x^2 - 2a_{12}u_x u_y + a_{22}u_y^2 = 0 \qquad (2)$$

the characteristic equation will also have a solution. And vice versa, if $u(x)$ If the equations (1) and (2) are satisfied, then it will be the functional invariant solution of the equation (1). Thus, the question of finding a functional invariant solution of Equation (1) is brought to solving the system of equations (1) and (2).

We will deal with finding functional invariant solutions of some differential equations below.**1.**

$$y^m u_{xx} - u_{yy} + \lambda y^m u_x - \frac{1}{y}u_y = 0 \qquad (3)$$

let the functional invariant solution of the equation be found. Here $y > 0$ And λ optional invariant. Functional-invariant solutions according to the definition of Equation (3) and corresponding to it $y^m u_x^2 - u_y^2 = 0$ $(y > 0)$ *(4)*

it is necessary to find a joint solution to the characteristic equation.

(4) the equation $\sqrt{y^m}u_x - u_y = 0$ $\sqrt{y^m}u_x + u_y = 0$ (5)

can be divided into equals.

(5) full integrals of equations respectively $u = x + \frac{2}{m+2}y^{\frac{m+2}{2}}$ $u = x - \frac{2}{m+2}y^{\frac{m+2}{2}}$

having a look, they will satisfy (3).

Using these $u = F_1(x + \frac{2}{m+2}y^{\frac{m+2}{2}})$ $u = F_2(x - \frac{2}{m+2}y^{\frac{m+2}{2}})$ (6)

we draw up functions. (6) functions (5) include all solutions to the equation.

We differential The found (6) equations twice in x and y $u_x = F_1'(x + \frac{2}{m+2}y^{\frac{m+2}{2}})$,

$$u_y = y^{\frac{m}{2}} F_1^{'}(x+\frac{2}{m+2}y^{\frac{m+2}{2}}),$$

$$u_{xx} = F_1^{"}(x+\frac{2}{m+2}y^{\frac{m+2}{2}}), \qquad u_{yy} = y^m F_1^{"}(x+\frac{2}{m+2}y^{\frac{m+2}{2}})+\frac{m}{2}y^{\frac{m-2}{2}}F_1^{'}(x+\frac{2}{m+2}y^{\frac{m+2}{2}}).$$

$$u_x = F_2^{'}(x-\frac{2}{m+2}y^{\frac{m+2}{2}}),$$

$$u_y = -y^{\frac{m}{2}} F_2^{'}(x-\frac{2}{m+2}y^{\frac{m+2}{2}}),$$

$$u_{xx} = F_2^{"}(x-\frac{2}{m+2}y^{\frac{m+2}{2}}), \qquad u_{yy} = y^m F_2^{"}(x-\frac{2}{m+2}y^{\frac{m+2}{2}})-\frac{\mathrm{m}}{2}y^{\frac{m-2}{2}}F_2^{'}(x-\frac{2}{m+2}y^{\frac{m+2}{2}}).$$

Putting the found expressions in place of the derivatives in Equation (3) $\lambda_1 = \frac{m+2}{2\sqrt{y^{m+2}}}$,

$$\lambda_2 = \frac{m-2}{2\sqrt{y^{m+2}}} \qquad (8)$$

we form them.

Thus, when equality (8) is appropriate, formula (6) gives a general solution to the system of equations (3) and (4).

$\lambda = \frac{m\pm 2}{2\sqrt{y^{m+2}}}$ when $u = F(x\pm\frac{2}{m+2}y^{\frac{m+2}{2}})$ the function satisfies (3). Therefore $u = x\pm\frac{2}{m+2}y^{\frac{m+2}{2}}$ function $y^m u_{xx} - u_{yy} + \frac{m\pm 2}{2\sqrt{y^{m+2}}}u_y - \frac{1}{y}u_x = 0$ there will be a functional invariant solution to the equation.

2.

$$x^n u_{xx} - y^m u_{yy} + \alpha x^n u_x + \beta y^m u_y = 0 \qquad (9)$$

let the functional invariant solution of the equation be found.

In this equation $y>0$, $x>0$ and α, β optional invariants. (9) the characteristic equation of

$$x^n u_x^2 - y^m u_y^2 = 0 \qquad (10)$$

has a view. (10) we divide xam into two equality as above:

$$\sqrt{x^n}u_x - \sqrt{y^m}u_y = 0, \qquad \sqrt{x^n}u_x + \sqrt{y^m}u_y = 0 \qquad (11)$$

(11) full integrals of

$$u = \frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}} + \frac{2}{2-m}y^{\frac{2-m}{2}}, \qquad u = \frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}} - \frac{2}{2-m}y^{\frac{2-m}{2}}$$

will. From these equations, as above, we construct the following functions

$$u = F_1(\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}} + \frac{2}{2-m}y^{\frac{2-m}{2}}), \qquad u = F_2(\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}} - \frac{2}{2-m}y^{\frac{2-m}{2}}). \qquad (12)$$

From the last equations, we get a double dressing on x and Y.

$$u_x = x^{-\frac{n}{2}} F_1^{'}\left(\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}} + \frac{2}{2-m}y^{\frac{2-m}{2}}\right),$$

$$u_{xx} = x^{-n} F_1^{''}\left(\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}} + \frac{2}{2-m}y^{\frac{2-m}{2}}\right) - \frac{n}{2}x^{-\frac{n+2}{2}} F_1^{'}\left(\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}} + \frac{2}{2-m}y^{\frac{2-m}{2}}\right),$$

$$u_y = y^{-\frac{m}{2}} F_1^{'}\left(\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}} + \frac{2}{2-m}y^{\frac{2-m}{2}}\right),$$

$$u_{yy} = y^{-m} F_1^{''}\left(2\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}} + \frac{2}{2-m}y^{\frac{2-m}{2}}\right) - \frac{m}{2}y^{-\frac{m+2}{2}} F_1^{'}\left(\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}} + \frac{2}{2-m}y^{\frac{2-m}{2}}\right).$$

$$u_x = x^{-\frac{n}{2}} F_2^{'}\left(\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}} - \frac{2}{2-m}y^{\frac{2-m}{2}}\right),$$

$$u_{xx} = x^{-n} F_2^{''}\left(\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}} - \frac{2}{2-m}y^{\frac{2-m}{2}}\right) - \frac{n}{2}x^{-\frac{n+2}{2}} F_2^{'}\left(\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}} - \frac{2}{2-m}y^{\frac{2-m}{2}}\right),$$

$$u_y = -y^{-\frac{m}{2}} F_2^{'}\left(\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}} - \frac{2}{2-m}y^{\frac{2-m}{2}}\right),$$

$$u_{yy} = y^{-m} F_2^{''}\left(\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}} - \frac{2}{2-m}y^{\frac{2-m}{2}}\right) + \frac{m}{2}y^{-\frac{m+2}{2}} F_2^{'}\left(\frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}} - \frac{2}{2-m}y^{\frac{2-m}{2}}\right).$$

Putting the found expressions in place of the derivatives in equation (9,

$$\alpha = \frac{n}{2x}\ , \qquad \beta = -\frac{m}{2y} \tag{13}$$

we find the values. When the last equality is appropriate (12) equality constitutes the general solution of (9) and (10).

$$u = \frac{2}{2-n}x^{\frac{2-n}{2}} \pm \frac{2}{2-m}y^{\frac{2-m}{2}}$$ function respectively

$$x^n u_{xx} - y^m u_{yy} + \frac{n}{2x}x^n u_x - \frac{m}{2y}y^m u_y = 0$$

there will be a functional – invariant solution to the equation.

REFERENCES

1. Салоҳиддинов М. С., Насриддинов.Ғ.Н. Оддий дифференциал тенгламалар. Тошкент. Ўқитувчи, 1982.
2. Еругин.Н.П., Смирнов.М.М. Функционально-инвариантные решения дифференциальных уравнений // Дифф. уравнения. 17:5, 1981, 853-865.
3. Смирнов.М.М. Функционально-инвариантные решения уравнений гиперболо-параболического типа с тремя независимыми переменными //Прикл. мат. мех. 17:4, 1953, 509-513.
4. Смирнов.М.М. Функционально-инвариантные решения и неединственность решения задачи Дарбу для вирождающихся гиперболических уравнений // Дифф. уравнения. 12:5, 1976, 937-939.

5. Смирнов.М.М. Функционально-инвариантные решения волнового уравнения. Доклады АН СССР. 67:6, 1949, 977-980.

Галолен.Л.М. О функционально-инвариантные решениях волнового уравнения в n-мерной области. // Изв АН СССР. Сер. матем. 21:1, 1957, 53-72

6. Мамажанов М., Шерматова Х.М., Мамадалиева Х.Б. Об одной краевой задаче для уравнения третьего порядка параболо-гиперболического типа в вогнутой шестиугоьной области. Актуальные научные исследования в современном мире. ISCIENCE.IN.UA, Переяслав-Хмельницкий, 2017, вып.2(22), стр. 148-151.

7. Мамажанов М., Шерматова Х.М. Об одной краевой задаче для уравнения третьего порядка параболо-гиперболического типа в вогнутой шестиугоьной области. Вестник КРАУНЦ, Физ.мат. науки, 2017, №1(17), стр. 14-21.

8. Мамажонов, М., and Хосиятхон Ботировна Мамадалиева. "Постановка и изучение некоторых краевых задач для уравнения третьего порядка параболо-гиперболического типа вида ∂∂x(Lu)=0 в пятиугольной области." Вестник КРАУНЦ. Физико-математические науки 1 (12 (2016): 32-40.

9. Mamazhonov, M., & Shermatova, K. M. (2017). ON A BOUNDARY-VALUE PROBLEM FOR A THIRD-ORDER PARABOLIC-HYPERBOLIC EQUATION IN A CONCAVE HEXAGONAL DOMAIN. Bulletin KRASEC. Physical and Mathematical Sciences, 16(1), 11-16.

10. Abdikarimov, Rustamxon A., Mukhsin M. Mansurov, and Ummatali Y. Akbarov. "Numerical study of a flutter of a viscoelastic rigidly clamped rod with regard for the physical and aerodynamic nonlinearities." ВЕСТНИК РГГУ 3 (2019): 95.

11. Abdikarimov, Rustamxon A., Mukhsin M. Mansurov, and Ummatali Y. Akbarov. "Numerical study of a flutter of a viscoelastic rigidly clamped rod with regard for the physical and aerodynamic nonlinearities." ВЕСТНИК РГГУ 3 (2019): 95.

12. Mamazhonov, M., and Kh B. Mamadalieva. "STATEMENT AND STUDY OF SOME BOUNDARY VALUE PROBLEMS FOR THIRD ORDER PARABOLIC-HYPERBOLIC EQUATION OF TYPE∂(Lu)/∂ x= 0 IN A PENTAGONAL DOMAIN." Bulletin KRASEC. Physical and Mathematical Sciences 12.1 (2016): 27-34.

13. Ароев, Дилшод Давронович. "ОБ ОПТИМИЗАЦИИ ПАРАМЕТРОВ ФУНКЦИИ УПРАВЛЕНИЯ ОБЪЕКТАМИ ОПИСЫВАЕМЫМ СИСТЕМОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ." Научные исследования молодых ученых. 2020.

14. Ароев, Д. Д. "О ПРОВЕРКЕ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ДВИЖЕНИЯ ПРОМЫШЛЕННЫХ РОБОТОВ КОТОРЫЕ ОТНОСЯТСЯ К КЛАССУ КООРДИНАТНОГО ЗАПАЗДЫВАНИЯ." Современный этап мирового научного развития (2019): 3-7.

15. Abdikarimov, Rustamxon A., Mukhsin M. Mansurov, and Ummatali Y. Akbarov. "Numerical study of a flutter of a viscoelastic rigidly clamped rod with regard for the physical and aerodynamic nonlinearities." ВЕСТНИК РГГУ 3 (2019): 95.

16. Абдикаримов, Рустамхон А., Мухсин М. Мансуров, and Умматали Й. Акбаров. "Численное исследование флаттера вязкоупругого жестко-защемленного стержня с учетом физической и аэродинамической нелинейностей." Вестник РГГУ. Серия: Информатика. Информационная безопасность. Математика 3 (2019): 94-107.

17. Хусанбаев, Я. М., and Х. К. Жумакулов. "О сходимости почти критических ветвящихся процессов с иммиграцией к детерминированному процессу." O ‘ZBEKISTON MATEMATIKA JURNALI (2017): 142.
18. Акбаров, У. Й., and Ф. Б. Бадалов. "Эшматов Х. Устойчивость вязкоупругих стержней при динамическом нагружении." Прикл. мех. и тех. физ 4 (1992): 20-22.